



Dans le cadre du G.d.R. **MOMAS** (MOdélisation MATHématique et Simulation . . . nucléaires), une rencontre a eu lieu les **mardi 7 et mercredi 8 janvier 2003** sur le thème “Analyse a posteriori des fluides en milieu poreux” à l’Institut Universitaire de France.

Organisateurs: C. Bernardi, F. Hecht, O. Pironneau.
Secrétariat: Y. Guglielmetti.

Le texte suivant indique les conférences données au cours de cette rencontre, ainsi que la liste des participants. Un résumé de la discussion de conclusion y figure également.

1. Conférenciers et conférences

L’adresse indiquée en rouge à la fin de chaque titre précise le nom du fichier où le lecteur intéressé pourra trouver soit un résumé de la conférence soit les transparents correspondants.

Conférences sur invitation

P. Bastian (Université d’Heidelberg)

Higher order discontinuous Galerkin schemes for simulating subsurface flow.

[P.Bastian.pdf](#)

A. Bourgeat (Université de Lyon I)

Modélisation “milieu poreux – fracture”: taille critique.

[A.Bourgeat.pdf](#)

[A.BourgeatFig.1.pdf](#)

[A.BourgeatFig.2.pdf](#)

[A.BourgeatFig.3.pdf](#)

P.-L. George (I.N.R.I.A. Rocquencourt)

Des maillages pour les équations de Darcy.

[P.-L.George.pdf](#)

E. Suli (Université d’Oxford)

hp-Adaptive finite element approximation of advection-dominated problems.

[E.Suli-1.pdf](#)

[E.Suli-2.pdf](#)

Conférences spontanées (ou presque)

B. Achchab (Université Hassan 1er)

Estimations d’erreur a posteriori hiérarchiques pour un problème de perturbation singulière.

[B.Achchab.pdf](#)

P.M. Adler (Institut de Physique du Globe) et **V. Mityushev**

Phénomènes électrocinétiques à la grande échelle en milieux poreux.

C. Bernardi (C.N.R.S. et Université Pierre et Marie Curie) et **F. Hecht, O. Pironneau**
Analyse a priori et a posteriori d'un modèle couplant les équations de Stokes et de Darcy.

[C.Bernardi.pdf](#)

L. El Alaoui (École Nationale des Ponts et Chaussées)
Estimations a posteriori pour les écoulements darcéens.

[L.ElAlaoui.pdf](#)

F. Hecht (Université Pierre et Marie Curie)
Résolution numérique des équations de Darcy–Stokes via FreeFem++.

[F.Hecht.pdf](#)

A. Mikelic (Université de Lyon 1)
Analyse asymptotique des écoulements visqueux laminaires sur lit poreux.

[A.Mikelic.pdf](#)

J. Proft (École Nationale des Ponts et Chaussées)
Coupled continuous/discontinuous Galerkin methods.

P. Quandalle (Institut Français du Pétrole)
Linear solvers for reservoir and bassin simulations.

2. Liste des participants

B. Achchab (Université Hassan 1er)	achchab@yahoo.fr
P.M. Adler (Institut de Physique du Globe)	adler@ipgp.jussieu.fr
C. Bardos (Université Paris VII)	bardos@ann.jussieu.fr
C. Basdevant (Laboratoire de Météorologie Dynamique)	basdevant@lmd.ens.fr
P. Bastian (Université d'Heidelberg)	Peter.Bastian@iwr.uni-heidelberg.de
Z. Belhachmi (Université de Metz)	belhach@poncelet.univ-metz.fr
F. Ben Belgacem (Université Pierre et Marie Curie)	belgacem@mip.ups-tlse.fr
H. Ben Dhia (École Centrale Polytechnique)	bendhia@mss.ecp.fr
C. Bernardi (C.N.R.S. et Université Pierre et Marie Curie)	bernardi@ann.jussieu.fr
J. Blum (Université de Nice)	jblum@math.unice.fr
A. Bourgeat (Université de Lyon I)	Alain.Bourgeat@cdccsp.univ-lyon1.fr
I. Boursier (Université de Lyon I)	boursier@mcs.univ-lyon1.fr
J.-B. Burie (Université de Bordeaux II)	burie@sm.u-bordeaux2.fr
G. Chavent (I.N.R.I.A. Rocquencourt)	guy.chavent@inria.fr
F. Coquel (C.N.R.S. et Université Pierre et Marie Curie)	coquel@ann.jussieu.fr
L. El Alaoui (École Nationale des Ponts et Chaussées)	elalaoui@cermics.enpc.fr
A. Ern (École Nationale des Ponts et Chaussées)	ern@cermics.enpc.fr
M. Filippi (Institut de Physique du Globe)	michel.filippi@cea.fr
P.-L. George (I.N.R.I.A. Rocquencourt)	Paul-Louis.George@inria.fr
F. Hecht (Université Pierre et Marie Curie)	hecht@ann.jussieu.fr

M. Ismail (Université Pierre et Marie Curie)	ismail@ann.jussieu.fr
J. Jaffré (I.N.R.I.A. Rocquencourt)	jerome.jaffre@inria.fr
M. Kern (I.N.R.I.A. Rocquencourt)	Michel.Kern@inria.fr
M. Langlais (Université de Bordeaux II)	Michel.Langlais@sm.u-bordeaux2.fr
C. Le Potier (C.E.A.)	clepotier@cea.fr
L. Loth (ANDRA)	laurent.loth@andra.fr
R. Luce (Université de Pau)	robert.luce@univ-pau.fr
R. Masson (Institut Français du Pétrole)	Roland.MASSON@ifp.fr
A. Mikelic (Université de Lyon I)	amikelic@free.fr
F. Nataf (École Polytechnique)	nataf@cmapx.polytechnique.fr
O. Pironneau (I.U.F. et Université Pierre et Marie Curie)	pironneau@ann.jussieu.fr
M. Postel (Université Pierre et Marie Curie)	postel@ann.jussieu.fr
J. Proft (École Nationale des Ponts et Chaussées)	proft@cermics.enpc.fr
P. Quandalle (Institut Français du Pétrole)	Philippe.QUANDALLE@ifp.fr
J. Roberts (I.N.R.I.A. Rocquencourt)	jean.roberts@inria.fr
E. Suli (Université d'Oxford)	endre@comlab.ox.ac.uk
O. Widlund (Courant Institute)	widlund@cs.nyu.edu

3. Résumé de discussion

Au cours de la discussion concluant la rencontre, les participants ont tenté de faire le point sur le travail restant à effectuer dans les quatre directions suivantes.

Modélisation

Un travail important semble nécessaire pour la modélisation des milieux poreux seuls, et devrait faire appel à la technique mathématique d'homogénéisation. Le couplage des équations de Darcy et de Stokes (ou de Navier–Stokes) requiert également une réflexion approfondie, et le contexte physique (roches, sable) doit être pris en considération menant à différents types de couplage. Le traitement de petites fissures, nombreuses et anisotropes, demande également de faire appel à l'homogénéisation. Il faut noter que les problèmes liés à la chimie et aux changements de phase ne sont pas encore pris en compte dans les modèles existants mais que ceci va devenir nécessaire à brève échéance.

Discrétisation

Un travail important consiste à faire le point sur les techniques qui marchent bien, et quelques bancs d'essai (Couplex) ont déjà été proposés dans ce but. Il semble toutefois qu'ils soient insuffisants, en particulier pour le couplage des équations de Darcy et de Stokes.

Parmi les travaux à effectuer qui sont apparus au cours des conférences, citons
- la comparaison théorique et numérique des méthodes de volumes finis et de Galerkin discontinues,

- l'obtention d'un compromis entre la stabilité et l'ordre élevé (il semble que la stabilité à l'infini pour des problèmes paraboliques soit prioritaire alors qu'elle est incompatible avec des discrétisations même d'ordre deux dans le cas général).

Un grand nombre d'outils sont faciles à implémenter, entre autres les éléments finis de type \mathcal{P}_0 ou \mathcal{P}_1 , mais les démonstrations de convergence de la discrétisation sont inexistantes dans un trop grand nombre de cas.

Analyse a posteriori

Plusieurs types de familles d'indicateurs d'erreur ont été étudiés pour les modèles de milieux poreux: indicateurs d'erreur par résidu, ou hiérarchiques, ou par problèmes locaux. Toutefois la traduction de l'indicateur en taille de mailles n'est toujours pas suffisante pour une bonne stratégie d'adaptation (on notera toutefois que ceci est impossible dans le cas d'une équation de convection).

Le problème du choix de la norme pour prouver les estimations a posteriori doit également être considéré. Beaucoup d'exposés traitaient de la norme d'énergie associée au problème, toutefois ANDRA a besoin d'obtenir pour le traitement de déchets nucléaires soit des valeurs ponctuelles (en un certain nombre de points fixés à l'avance), soit des valeurs statistiques pour un certain nombre de tests à partir de données aléatoires, soit des données fiables pour résoudre des problèmes inverses. Des situations semblables apparaissent en sismologie. En aéronautique, les compagnies doivent garantir la traînée d'un avion, ce qui nécessite une borne inférieure pour l'erreur (ce qu'ils font présentement consiste plutôt à simuler des centaines de cas plutôt de d'effectuer une analyse a posteriori).

Dans le cadre de la construction de maillages adaptés, la première étape consiste à traduire les estimations a posteriori en consignes de maillages. En mécanique des solides et en dynamique des fluides, on doit alors construire des éléments dont on se donne la taille (et éventuellement la direction) en tout point, ce qui fait intervenir des métriques locales discrètes et des rapports de taille fractionnaires. On constate alors que, surtout en dimension 3, la technique consistant simplement à découper des éléments ne marche pas. On note, pour des discrétisations non conformes, la trop forte dépendance par rapport aux axes de coordonnées. Ces méthodes doivent être testées sur des modèles physiques simples ou pour des domaines simples, un problème de base étant bien sûr la ré-interpolation des solutions calculées sur le maillage précédent. Et pour conclure il y a encore beaucoup d'inconnues en ce qui concerne les maillages anisotropes.

Résolution numérique et calcul parallèle

Plusieurs méthodes de décomposition de domaine sont utilisées pour résoudre les problèmes. Toutefois l'algorithme résultant est de type itératif et il reste beaucoup de travail à faire pour implémenter le problème discret sur machines parallèles et profiter au mieux de cette architecture.